جامعة تكريت
كلية التربية للعلوم الإنسانية
قسم العلوم التربوية والنفسية
المرحلة الثالثة

مادة: الإحصاء

المحاضرة الثانية (التوزيع الطبيعي)

مدرس المادة
استاذ مساعد دكتور
ليلى خالد خضير

للعام الدراسي (٢٠٢٣-٢٠٢٤)

التوزيع الطبيعي (The Normal Distribution)

يعد التوزيع الطبيعي من اهم التوزيعات الاحتمالية المستمرة (المتصلة). ضمن المعروف انه اذا تم جمع بيانات عن احد المتغيرات ورسم المنحنى لهذه البيانات نحصل على شكل يمثل توزيع (انتشار) هذا المتغير، ووجد انه اذا تم جمع بيانات عن احد المتغيرات العامة والتي يشترك فيها عدد كبير من الوحدات ورسم المنحنى لها نحصل على منحنى متماثل يتصف بعدد من الصفات التي تميزه عن غيره من المنحنيات يسمى (التوزيع الطبيعي).

خواص التوزيع الطبيعي:

يتصف التوزيع الطبيعي بالخصائص الآتية:

١.يكون التوزيع متماثل حول العمود المقام على الوسط الحسابي (μ).

٢.للتوزيع قمة واحدة تقع في وسطه.

٣.يكون فيه الوسط الحسابي مساوياً للوسيط ومساوياً للمنوال.

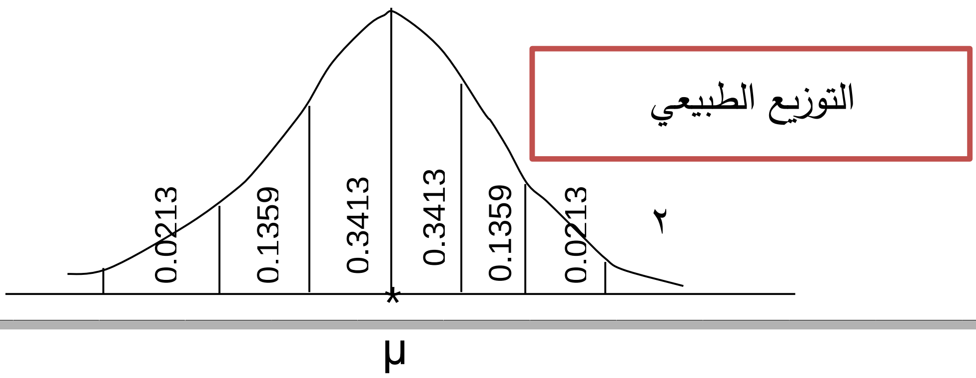
٤.يكون التوزيع مفتوح الطرفين ويمتد الى ما لا نهاية.

٥.هناك نسب معينة من المساحة واقعة ضمن اي عدد من الانحرافات المعيارية عن الوسط الحسابي، حيث تكون المساحة ٦٨% تقريبا بين (μ) انحراف معياري عن الوسط الحسابي، وتكون المساحة حوالي ٩٥% تقريبا بين (μ) انحرافين معياريين عن الوسط الحسابي، وتكون تقريباً ٩٩% بين (μ) ٢,٥٨ انحراف معياري عن الوسط الحسابي.

٦.يكون التواء التوزيع الطبيعي مساوياً صفر.

٧.اعلى ارتفاع للتوزيع يكون مقابل الوسط الحسابي و يبلغ ارتفاع العمود ٠,٣٩٨٩

وكما في الشكل الآتي:



ملاحظة: يتم شرح وتوضيح هذه النقاط داخل الصف

التوزيع الطبيعي المعياري (.Standard Normal Dis):

هو التوزيع المرسوم للدرجات المعيارية المحسوبة من البيانات التي تم اخذهاه عن المتغير.
اذا تم اخذ احد المتغيرات وجمع البيانات عنه تم تحويل هذه البيانات الى درجات معيارية بواسطة قانون الدرجة المعيارية.

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

نحصل على درجات معيارية مقابلة للبيانات الخاصة بالمتغير واذا تم رسم المنحنى لهذه الدرجات المعيارية نحصل على التوزيع الطبيعي المعياري.

خواص التوزيع الطبيعي المعياري:

للتوزيع الطبيعي المعياري الخصائص الآتية:

١.يكون الوسط الحسابي له مساوياً صفر.

٢.يكون تباينه مساوياً واحد، وانحرافه المعياري واحد.

٣.المساحة الكلية له مساوية واحد منها ٠,٥٠ في الجهة اليمنى من التوزيع و ٠,٥٠ في الجهة اليسرى من التوزيع.

المساحات تحت التوزيع الطبيعي

بما ان الوسط الحسابي (μ) والتباين (σ^2) يحددان التوزيع الطبيعي، لذا نستطيع حساب المساحة المحصورة بين اي نقطعتين تحت التوزيع الطبيعي الا انه لا يمكن وضع جداول بالمساحات لجميع قيم (μ ، σ^2) لأنها كثيرة جداً ولا يمكن حصرها عليه يتم تحويل التوزيع الطبيعي الى توزيع طبيعي معياري والاعتماد على المساحات تحت هذا التوزيع لوجود توزيع معياري واحد فقط وذلك بالاعتماد على قانون الدرجة المعيارية:

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

لأغراض واهداف متعددة تظهر الحاجة الى التعرف على مقاطع او اجزاء من المساحة الواقعة تحت منحنى التوزيع الطبيعي. فقد تكون هناك حاجة للتعرف على نسبة المساحة الواقعة بين نقطة الوسط الحسابي واية نقطة اخرى على المحور الافقي سواء كانت قبل او بعد الوسط الحسابي. في مثل هذه الحالة يمكن الرجوع الى الجدول الخاص بالمساحات اسفل المنحنى الطبيعي المعياري الذي عن طريقه يمكن التعرف على المساحات الواقعة بين النقاط المختلفة.فلو اردت مثلاً التعرف على المساحة الواقعة تحت المنحنى بين نقطة الوسط الحسابي (z=0) والنقطة (z=+1) فأننا نلاحظ العمود الثاني من الجدول وان مقدار هذه المساحة هي (٠,٣٤١٣).والمساحة المحصورة بين الوسط الحسابي (z=0) والنقطة (z=+2) هي (٠,٤٧٧٢).وبنفس الطريقة تكون المساحة المحصورة بين (z=0) والنقطة (z=+3) هي (٠,٤٩٨٧).ولما كان التوزيع متماثل فأن المساحات الواقعة على الجهة اليسرى من الوسط الحسابي تكون مساوية لما هو في الجهة اليمنى.

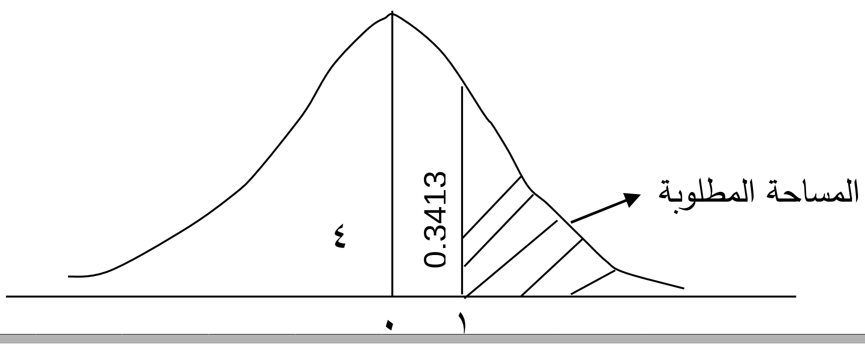
مثال: لو ان اختباراً في مادة الاحصاء اجري على طلبة الصف الثاني علم النفس البالغ عددهم (٢٠٠) طالب وطالبة ووجد ان الوسط الحسابي ٦٢ والانحراف المعياري (8) ومطلوب التعرف على نسبة الطلبة الذين حصلوا على درجة مقدارها ٧٠ او اكثر.

لأيجاد ذلك نتبع الخطوات الآتية:

١.استخراج الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة ٧٠.

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$= \frac{70-62}{8} = \frac{8}{8} = 1$$ الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة٧٠



٢.من مراجعة جدول المساحات نجد ان المساحة المحصورة بين (z=0) و (z=1) هي (٠,٣٤١٣).

٣.نحن نعلم ان المساحة الكلية للمنحنى هي (١) وان مساحة نصف المنحنى هي (٠,٠٥).

٤.عليه تكون المساحة المطلوبة:

$$P = 0.05 - 0.3413$$

$$= 0.1587$$

اي حوالي ١٦% من مساحة المنحنى قد حصول على درجة ٧٠ او اكثر.

ولو اردنا معرفة عدد لطلبة الذين حصلوا على الدرجة ٧٠ او اكثر نستخرج ذلك وفق القانون:

$$n = P.N$$

$$= 0.1587 \times 200$$

$$= 34.74 \cong 32$$

عدد الطلبة الذين حصلو على درجة ٧٠ فأكثر